



CONCURSUL NAȚIONAL „PEDAGOGIA MATEMATICII”
16 mai 2026
ETAPA NAȚIONALĂ
CLASA a X-a
SUBIECTE

Filiera vocațională, profilul pedagogic, toate specializările

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(22,5 de puncte)

7p

a) Demonstrați că pentru oricare $a, b, c \in (0, +\infty)$ cu $abc = 1$ are loc relația

$$\frac{a}{1+a+ab} + \frac{b}{1+b+bc} + \frac{c}{1+c+ac} = 1.$$

7p

b) Se consideră expresia $E = x^{\lg\left(\frac{y}{z}\right)} \cdot y^{\lg\left(\frac{z}{x}\right)} \cdot z^{\lg\left(\frac{x}{y}\right)}$, unde $x, y, z \in (0, +\infty)$. Calculați $\lg E$.

8,5p

c) Arătați că
$$\frac{x^{\lg\left(\frac{y}{z}\right)}}{1+x^{\lg\left(\frac{y}{z}\right)} + x^{\lg\left(\frac{y}{z}\right)} y^{\lg\left(\frac{z}{x}\right)}} + \frac{y^{\lg\left(\frac{z}{x}\right)}}{1+y^{\lg\left(\frac{z}{x}\right)} + y^{\lg\left(\frac{z}{x}\right)} z^{\lg\left(\frac{x}{y}\right)}} + \frac{z^{\lg\left(\frac{x}{y}\right)}}{1+z^{\lg\left(\frac{x}{y}\right)} + x^{\lg\left(\frac{y}{z}\right)} z^{\lg\left(\frac{x}{y}\right)}} = 1,$$

unde $x, y, z \in (0, +\infty)$.

SUBIECTUL al II-lea

(22,5 de puncte)

Se consideră punctele $A(-1, -4)$, $B(1, 6)$ și $C(a, b)$, unde $a, b \in \mathbb{Z}$.

10p

a) Verificați că, dacă numărul b are cifra unităților 2, atunci punctele A , B și C **nu** sunt coliniare.

12,5p

b) Demonstrați că, dacă ambele numere a și b au cifra unităților egală cu 2, atunci aria triunghiului ABC este număr natural impar.

SUBIECTUL al III-lea

(22,5 de puncte)

La intrarea într-un bloc de locuințe se află un interfon cu 12 taste: 3 litere (A, B și C) și 9 cifre diferite de 0. Codul care declanșează deschiderea ușii poate fi schimbat de administrator. Acest cod este întotdeauna compus dintr-o literă urmată de 3 cifre.

10p

a) În cazul în care cele 3 cifre **nu** sunt neapărat distincte:

- Câte coduri care încep cu litera A poate propune administratorul?
- Câte coduri poate să propună în total?

12,5p

b) În cazul în care litera codului este B și cele 3 cifre sunt toate distincte:

- Câte coduri poate propune administratorul?
- Câte coduri conținând cel puțin una din cifrele 7, 8, 9, pot fi propuse?

SUBIECTUL IV

(22,5 de puncte)

În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A_m(m, \ln e)$, $B_m(m, \ln e^2)$ și $C_m(m, \ln e^3)$,
cu $m \in \{1, 2, 3\}$.



Vom numi mulțime **balanță** o mulțime de puncte cu $2k$ elemente, $k \in \mathbb{N}^*$, care poate fi împărțită în două submulțimi disjuncte, cu câte k elemente și cu proprietatea că suma absciselor punctelor din prima submulțime este egală cu suma absciselor punctelor din a doua submulțime, iar suma ordonatelor punctelor din prima submulțime este egală cu suma ordonatelor din a doua submulțime.

8p

a) Determinați suma absciselor, respectiv suma ordonatelor punctelor A_m, B_m, C_m .

14,5p

b) Verificați că mulțimea $Q = \{A_1, B_1, C_1, A_2, C_2, A_3, B_3, C_3\}$ este mulțime **balanță**, exemplificând două submulțimi disjuncte ce îndeplinesc condițiile din enunț.