



CONCURSUL NAȚIONAL „PEDAGOGIA MATEMATICII”

16 mai 2026

ETAPA NAȚIONALĂ

CLASA a XII-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- *Filiera vocațională, profilul pedagogic, toate specializările*
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu.

SUBIECTUL I - Matematică (autor Ioana Melentina Toader Rădulescu)

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 3 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(n) = A + nI_3$, pentru orice număr natural nenul n .

- 6p 1. Arătați că matricea A nu este inversabilă.
- 6p 2. Demonstrați că există un număr întreg k cu proprietatea $A^2 = kA$.
- 6p 3. Calculați inversa matricei $B(1)$.
- 6p 4. Determinați numărul real m pentru care $B(1) \cdot B(1) = mA + I_3$.
- 6p 5. Determinați numărul natural nenul n pentru care $B(1) \cdot B(n) = 2026A + B(n)$.

1.	$\det A = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 3 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 6 - 2 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 3 \cdot 4 - 2 \cdot 2 \cdot 3$	2p
	$\det A = 0$, deci matricea A nu este inversabilă	4p
2.	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 & 16 & 16 \\ 16 & 8 & 8 \\ 48 & 24 & 24 \end{pmatrix} = 8A$	3p
	$8A = kA$, deci există numărul întreg $k = 8$ care verifică	3p
3.	$B(1) = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $\det B(1) = 9 \neq 0$	2p
	$B^{-1}(1) = \begin{pmatrix} \frac{5}{9} & -\frac{2}{9} & -\frac{2}{9} \\ -\frac{2}{9} & \frac{8}{9} & -\frac{1}{9} \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$	4p
4.	$B(1) \cdot B(1) = (A + I_3)(A + I_3) =$	2p
	$= A^2 + AI_3 + I_3A + I_3^2 = 8A + 2A + I_3 = 10A + I_3$	2p
	$10A + I_3 = mA + I_3$, de unde obținem $m = 10$	2p



5.	$B(1) \cdot B(n) = (A + I_3)(A + nI_3) = A^2 + nA + A + nI_3$	2p
		2p
	$(n + 8)A + B(n) = 2026A + B(n)$, deci $n = 2018$, care convine	2p

SUBIECTUL al II-lea – Aritmetică (autor Ioana Melentina Toader Rădulescu)

(30 de puncte)

15p	<p>1. Patru prieteni (Andrei, Bogdan, Călin și Dan) joacă un joc de cărți. La început, fiecare are un anumit număr de cartonașe colorate. Jocul are 4 runde, iar cel care pierde runda trebuie să dubleze numărul de cartonașe al celorlalți trei (le dă fiecăruia exact câte are acesta în acel moment). Se știe că: în prima rundă pierde Andrei, în a doua rundă pierde Bogdan, în a treia rundă pierde Călin, iar în a patra rundă pierde Dan. La finalul celor 4 runde, fiecare prieten are exact 32 de cartonașe colorate. Câte cartonașe a avut fiecare la începutul jocului?</p>
15p	<p>2. Bunica, mama și fiica au împreună 82 de ani. Peste 6 ani, mama va fi de 3 ori mai în vârstă decât fiica, iar bunica va fi de două ori mai în vârstă decât mama. Ce vârstă are fiecare în prezent?</p>

Notă: Problemele de la subiectul al II-lea se rezolvă prin metode aritmetice.

1.	<p>După runda 4: Andrei – 32 cartonașe Bogdan – 32 cartonașe Călin – 32 cartonașe Dan - 32 cartonașe</p>	1p
	<p>După runda 3: Andrei – $32:2=16$ cartonașe Bogdan – $32:2=16$ cartonașe Călin – $32:2=16$ cartonașe Dan – $32+(16+16+16)=80$ cartonașe</p>	3,5p
	<p>După runda 2: Andrei – $16:2=8$ cartonașe Bogdan – $16:2=8$ cartonașe Dan – $80:2=40$ cartonașe Călin – $16+(8+8+40)=72$ cartonașe</p>	3,5p
	<p>După runda 1: Andrei – $8:2=4$ cartonașe Călin – $72:2=36$ cartonașe Dan – $40:2=20$ cartonașe Bogdan – $8+(4+36+20)=68$ cartonașe</p>	3,5p
	<p>Inițial: Bogdan - $68:2=34$ cartonașe Călin – $36:2=18$ cartonașe Dan - $20:2=10$ cartonașe Andrei – $4+(34+18+10)=66$ cartonașe</p>	3,5p
2.	<p>Suma vârstelor peste 6 ani va fi $82+(6+6+6)=100$ de ani</p>	3p
	<p>Reprezentarea segmentelor: Reprezentăm vârsta fiicei peste 6 ani cu un segment (x), vârsta mamei va corespunde la 3 segmente ($3x$), iar vârsta bunicii corespunde la 6 segmente ($6x$)</p>	3p
	<p>$10x = 100 \Rightarrow x = 10$ ani (vârsta fiicei peste 6 ani)</p>	3p
	<p>$3x = 30$ de ani (vârsta mamei peste 6 ani)</p>	2p



$6x = 60$ de ani (vârsta bunicii peste 6 ani)	2p
În prezent, fiica are 4 ani, mama are 24 de ani, bunica are 54 de ani	2p

SUBIECTUL al III-lea - Metodica predării matematicii/activităților matematice (30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din *Programa școlară pentru disciplina Matematică și explorarea mediului – clasa a II-a* (OMEN nr. 3418/2013):

Competențe specifice	Exemple de activități de învățare
1.5. Efectuarea de înmulțiri și împărțiri în centrul 0-1000 prin adunări/scăderi repetate	<ul style="list-style-type: none"> - adunarea cardinalelor unor mulțimi care au același număr de elemente; - jocuri de extragere repetată a unui anumit număr de elemente dintr-o mulțime dată; - evidențierea mai multor modalități de grupare a elementelor unei mulțimi pentru determinarea cardinalului acesteia; - aflarea unei sume de termeni egali prin rezolvarea unor probleme practice; - efectuarea de înmulțiri în centrul 0-100, prin adunări repetate sau utilizând proprietăți ale înmulțirii; - evidențierea unor proprietăți ale înmulțirii (comutativitate, asociativitate, element neutru), fără precizarea terminologiei; - rezolvarea unor situații practice de aflare a unei sume/ diferențe de termeni egali; - efectuarea de împărțiri cu rest 0, în centrul 0-100 prin scăderi repetate sau recurgând la înmulțire; - rezolvarea de exerciții cu ordinea efectuării operațiilor;

Conținuturi:

Adunarea și scăderea în centrul 0 – 1000, fără trecere peste ordin

Înmulțirea în centrul 0-100. Evidențierea proprietăților înmulțirii (comutativitate, asociativitate, element neutru - fără precizarea terminologiei)

Împărțirea cu rest 0 în centrul 0-100. Proba înmulțirii. Proba împărțirii

30p

Folosind informațiile din secvența de mai sus, în vederea evaluării formării/dezvoltării competenței specifice precizate, elaborați o probă de evaluare la finalul unității de învățare **Numere naturale** care să cuprindă 1 item obiectiv, 1 item semiobiectiv și 1 item subiectiv de tip rezolvare de probleme.

Notă: Pentru fiecare dintre itemii elaborați se punctează corelarea cu competența specifică evaluată, respectarea formatului itemului, elaborarea răspunsului așteptat (baremul) și corectitudinea științifică a informației de specialitate.

<u>Elaborarea itemului obiectiv</u>	
Corelarea cu competența specifică evaluată	2p
Respectarea formatului itemului	3p
Elaborarea răspunsului așteptat (baremul)	3p
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	2p
<u>Elaborarea itemului semiobiectiv</u>	
Corelarea cu competența specifică evaluată	2p



	Respectarea formatului itemului	3p
	Elaborarea răspunsului așteptat (baremul)	3p
	Corectitudinea științifică a informației de specialitate	2p
	<u>Elaborarea itemului subiectiv</u>	
	Corelarea cu competența specifică evaluată	2p
	Respectarea formatului itemului	3p
	Elaborarea răspunsului așteptat (baremul)	3p
	Corectitudinea științifică a informației de specialitate	2p