



Olimpiada Națională de Matematică

Programa pentru clasele a V-a – a VIII-a

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapa județeană/a sectoarelor municipiului București și pentru etapa națională sunt incluse, în mod implicit, și conținuturile programelor de olimpiadă de la etapa/etapele anterioare.
- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor școlare în vigoare.
- Textul *italic* din tabele semnifică acele conținuturi specifice programelor ONM, în completarea conținuturilor prevăzute de programele școlare ale disciplinei Matematică.

Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a V-a	○ Numere naturale. Operații cu numere naturale. Factorul comun. Teorema împărțirii cu rest. ○ Reguli de calcul cu puteri. Compararea puterilor. <i>Ultima cifră a unei puteri</i> ○ <i>Pătrate perfecte. Cuburi perfecte</i> ○ Metode aritmetice de rezolvare a problemelor ○ <i>Restul împărțirii unui pătrat perfect la 3, 4, 5, 8, 10; restul împărțirii unui cub perfect la 9</i>	○ Divizibilitatea numerelor naturale. Divizor, multiplu, divizori comuni, multipli comuni ○ Criterii de divizibilitate cu: 2, 5, 2^n, 5^n, 10^n, 3 și 9; <i>Legătura dintre restul împărțirii unui număr la 3, 4, 5, 9 sau 25 și cifrele numărului</i> ○ Numere prime; numere compuse. ○ Scrierea numerelor naturale ca produs de puteri de numere prime ○ <i>Dacă $x = M_d + r$ și $y = M_d + s$, restul împărțirii lui $x + y$ la d este restul împărțirii lui $r + s$ la d, iar restul împărțirii lui xy la d este restul împărțirii lui rs la d</i>	○ Frații ordinare (conținutul programei școlare) ○ Frații zecimale (conținutul programei școlare) ○ Elemente de geometrie și unități de măsură (conținutul programei școlare)
a VI-a	Aritmetică și algebră ○ Mulțimi. <i>Principiul includerii și excluderii. Partiții. Principiul cutiei</i> ○ Divizibilitate. Proprietăți ale divizibilității în $\mathbb{N}$. $[a, b] \cdot (a, b) = a \cdot b$ ○ $(a, b) = d \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}$, cu $(x, y) = 1$ și $a = dx$, $b = dy$ ○ $[a, b] = m \Rightarrow \exists x, y \in \mathbb{N}$ cu $(x, y) = 1$ și $m = ax$, $m = by$ ○ Rapoarte și proporții Geometrie ○ Unghiuri. <i>Teorema directă și teorema reciprocă a unghiurilor opuse la vârf</i> ○ Paralelism și perpendicularitate ○ Cercul	Aritmetică și algebră ○ Mulțimea numerelor întregi ○ Divizibilitatea în $\mathbb{Z}$. <i>Proprietăți ale divizibilității în $\mathbb{Z}$</i> ○ $(a + b)^n = M_a + b^n$, unde $a, b \in \mathbb{Z}$ și $n \in \mathbb{N}^*$ Geometrie ○ Linii importante în triunghi ○ Metoda triunghiurilor congruente. <i>Cazul L.L.U.</i> ○ <i>Un triunghi este isoscel dacă și numai dacă două unghiuri ale triunghiului sunt congruente</i>	Aritmetică și algebră ○ Mulțimea numerelor raționale Geometrie ○ Proprietățile triunghiurilor isoscele și echilaterale ○ Proprietățile triunghiurilor dreptunghice. ○ <i>Teorema unghiului de 30°, teorema unghiului de 15°</i> ○ <i>Teorema referitoare la lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei și reciprocele acestora</i> ○ <i>Teorema directă și teorema reciprocă a liniei mijlocii a unui triunghi</i>

Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a VII-a	Algebră ○ Mulțimea numerelor reale (conținutul programei școlare) ○ <i>Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real</i> ○ Raționalizarea numitorilor ○ <i>Formula radicalilor dubli</i> ○ Dacă $a, b \in \mathbb{Q}^*$ și $p, q \in \mathbb{Q}^*$ astfel încât $p\sqrt{a} + q\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$, atunci $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$ și $\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$ ○ Dacă $a \in \mathbb{Q}^*$ și $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, atunci $a + x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $a \cdot x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ ○ <i>Elemente de calcul algebric. Formule de calcul prescurtat: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$</i> Geometrie ○ Patrulater (conținutul programei școlare) ○ Cercul (conținutul programei școlare) ○ <i>Patrulater inscriptibile. Patrulater circumscriptibile.</i>	Algebră ○ Ecuații și sisteme de ecuații (conținutul programei școlare) Geometrie ○ Asemănarea triunghiurilor (conținutul programei școlare) ○ <i>Teorema paralelelor neechidistante</i> ○ <i>Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă</i> ○ <i>Puterea unui punct față de cerc</i>	Algebră ○ Elemente de organizare a datelor ○ <i>Identități algebrice:</i> a) $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ și orice $n \in \mathbb{N}^*$ b) $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ și orice $n \in \mathbb{N}$, n impar c) identitatea lui Lagrange: $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$ ○ <i>Inegalități. Probleme de maxim și de minim</i> a) $a^2 + b^2 \geq 2ab$; $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ b) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$, $a \cdot b > 0$ c) inegalitatea mediilor: $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$, $\forall a_i > 0$, $i = \overline{1, n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ d) inegalitatea Cauchy – Buniakovski – Schwarz: $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2$, $\forall a_i, b_i \in \mathbb{R}$, $i = \overline{1, n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ Geometrie ○ <i>Teorema lui Menelaos. Teorema lui Ceva</i> ○ <i>Relații metrice în triunghiul dreptunghic. Arii</i> ○ <i>Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema cosinusului. Teorema sinusurilor.</i> <i>Teorema medianei $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$</i> ○ <i>Arii: $A_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$; $A_\Delta = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$; $A_\Delta = p \cdot r$; $A_\Delta = \frac{abc}{4R}$;</i> <i>$A_{\text{patrulater convex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(d_1, d_2)}{2}$</i>



Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a VIII-a	Algebră ○ Intervale. Operații cu intervale. Inecuații ○ Calcul algebric în $\mathbb{R}$ Geometrie ○ Puncte, drepte, plane. Corpuri geometrice ○ Paralelism și perpendicularitate (conținutul programei școlare) ○ Proiecții ortogonale pe un plan (conținutul programei școlare) ○ Teorema celor trei perpendiculare	Algebră ○ Ecuația de gradul al II-lea Geometrie ○ Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate (determinare prin calcul) ○ Calcul de arii și de volume (poliedre)	Algebră ○ Funcții. Elemente de statistică Geometrie ○ Corpuri rotunde ○ <i>Perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremei celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector</i> ○ <i>Probleme elementare de loc geometric</i>



Olimpiada Națională de Matematică

Programa pentru clasele a IX-a – a XII-a

- o Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- o Pentru fiecare clasă, în programa prevăzută pentru etapa județeană/a sectoarelor municipiului București și pentru etapa națională sunt incluse, în mod implicit, și conținuturile programelor de olimpiadă de la etapa/etapele anterioare.
- o Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor școlare în vigoare.
- o Cunoștințele suplimentare prevăzute de prezenta programă pot fi folosite fără demonstrație.
- o Textele scrise cu font *italic* sunt conținuturi specifice programelor ONM, în completarea conținuturilor prevăzute de programele școlare ale disciplinei Matematică.

Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a IX-a	Algebră - o Mulțimea numerelor reale - o <i>Inegalitatea mediilor</i> - o <i>Inegalitatea Cauchy-Buniakowski-Schwarz</i> - o Mulțimi și elemente de logică matematică Geometrie - o Vectori în plan (conținutul programei școlare) - o Coliniaritate, concurență, paralelism (conținutul programei școlare)	Algebră - o Șiruri (funcții definite pe mulțimea numerelor naturale) - o Progresii aritmetice și geometrice - o <i>Recurențe liniare de ordinul I și II</i> - o <i>Ecuatii în numere întregi :</i> $ax + by = c ; x^2 + y^2 = z^2$ - o <i>Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi. Algoritmul lui Euclid</i> - o <i>Congruențe modulo n. Teoremele Fermat, Wilson.</i> - o <i>Inegalitatea lui Holder. Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebâșev</i> Geometrie - o <i>Teoreme de geometrie clasică. Teorema lui Stewart. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson</i> - o <i>Puncte și linii importante în triunghi. Teoreme de concurență și coliniaritate. Relații metrice</i>	Algebră - o Funcții. Proprietăți ale funcțiilor numerice. Compunerea funcțiilor - o Funcțiile de gradul I și al II-lea - o <i>Densitatea în $\mathbb{R}$ a mulțimilor $\mathbb{Q}$ și $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ (orice interval deschis de numere reale conține atât numere iraționale cât și numere raționale)</i> - o <i>Teorema de densitate a lui Kronecker (dacă a este irațional, mulțimea valorilor șirului $(\{na\})_{n \geq 1}$ este densă în $[0,1]$)</i> - o <i>Indicatorul lui Euler: $\varphi(n)$ = numărul numerelor prime cu n, mai mici decât n; teorema lui Euler</i> Geometrie și trigonometrie - o Elemente de trigonometrie - o Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană



Olimpiada Națională de Matematică Programa pentru clasele a IX-a – a XII-a

Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a X-a	Algebră ○ Mulțimea numerelor reale. Radicali. Logaritmi ○ Funcții injective, surjective, bijective ○ Funcții inversabile ○ Numere complexe ○ Aplicații ale numerelor complexe în geometrie	Algebră/Geometrie și trigonometrie ○ Funcții trigonometrice și invers trigonometrice ○ Ecuații trigonometrice ○ Funcții convexe. <i>Convexitatea funcțiilor putere, radical, exponențială, logaritmică, trigonometrice și invers trigonometrice. Inegalitatea lui Jensen</i> ○ Funcții putere, funcții radical. Ecuații cu radicali ○ Funcții și ecuații exponențiale și logaritmice	Algebră/Geometrie și trigonometrie ○ Metode de numărare ○ Geometrie analitică ○ Mulțimi numărabile ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$) și nenumărabile ($\mathbb{R}$) ○ Polinoame * ○ C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. a două polinoame; algoritmul lui Euclid * ○ Teorema fundamentală a algebrei * ○ Teorema lui Bézout. Rădăcini multiple * ○ Relații între rădăcini și coeficienți * ○ Polinoame ireductibile *

Notă. Conținuturile marcate cu * reprezintă cunoștințe care pot fi aplicate în rezolvarea problemelor fără a constitui subiecte de concurs în sine.

Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a XI-a	Algebră ○ Permutări. <i>Descompunerea unei permutări în produs de cicluri disjuncte, respectiv transpoziții.</i> ○ Matrice și determinanți. Matrice inversabile ○ Ecuația caracteristică a unei matrice. Teorema Hamilton-Cayley. ○ Aplicații ale determinanților în geometria plană Analiză matematică ○ Mulțimea numerelor reale ○ Șiruri. Limite de șiruri. Limite de funcții ○ Lema Stolz-Cesaro. Criteriul Cauchy-D'Alembert ○ Lema intervalelor închise (Cantor) ○ Mulțimi dense în $\mathbb{R}$	Algebră ○ Rangul unei matrice ○ Inegalitatea lui Sylvester (Frobenius) asupra rangului produsului a două matrice ○ Polinom caracteristic, valori proprii Analiză matematică ○ Funcții continue ○ Discontinuități de prima și a doua speță. ○ Funcții cu proprietatea valorii intermediare (Darboux) ○ Puncte limită pentru șiruri ○ Mulțimi numărabile și nenumărabile	Algebră ○ Sisteme de ecuații liniare Analiză matematică ○ Funcții derivabile. Proprietățile funcțiilor derivabile ○ Teorema lui Darboux. Teorema lui Cauchy ○ Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange

Programa pentru etapa locală, etapa județeană/a sectoarelor municipiului București și etapa națională, Olimpiada Națională de Matematică (ONM)

Clasele a IX-a – a XII-a

An școlar 2025-2026



Olimpiada Națională de Matematică Programa pentru clasele a IX-a – a XII-a

Clasa	Etapa locală	Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București	Etapa națională
a XII-a	Algebră - o Grupuri (conținutul programei școlare) - o Grupuri finite. Grupuri finit generate - o Subgrupuri clasice (centralizatorul unui element sau al unei mulțimi, centrul unui grup, nucleul și imaginea unui morfism) - o Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy Analiză matematică - o Primitive - o Integrala definită	Algebră - o Inele și corpuri - o Morfisme de semigrupuri, monoizi - o Elemente nilpotente și elemente idempotente - o Orice corp finit este comutativ Analiză matematică - o Aplicații ale integralei definite	Algebră - o Inele de polinoame Analiză matematică - o Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate - o Mulțimi neglijabile Lebesgue - o Criteriul lui Lebesgue de integrabilitate